

(d) 有一个无限的反链。

(e) 对于大于 1 的整数上的整除关系，极小元素是什么？极大元素是什么？

#### 习题 10.42

在集合 $\{0,1\}$ 上有多少个二值关系？

有多少是传递的？非对称的？自反的？非自反的？有多少是严格偏序？弱偏序？

提示：有更简单的方法去得到这些数，而不是列出所有的二值关系并核对它们每一个都满足哪些性质。

#### 习题 10.43

证明如果 $R$ 是一个偏序，那么 $R^{-1}$ 也是一个偏序。

#### 习题 10.44

(a) 表明下面的哪些关系是等价关系 (**Eq**)、严格偏序 (**SPO**)、弱偏序 (**WPO**)。对于偏序，同时表明它们是否是线性的 (**Lin**)。

如果某个关系不是上面列出的任何一个，表明是否它是传递的 (**Tr**)、对称的 (**Sym**)，或者非对称的 (**Asym**)。

(i) 两个整数 $a, b$ 之间的 $a = b + 1$ 关系。

(ii) 在整数的幂集上的超集关系 $\supseteq$ 。

(iii) 在有理数集上的空关系。

(iv) 在非负整数 $\mathbb{N}$ 上的整除关系。

(v) 所有整数 $\mathbb{Z}$ 上的整除关系。

(vi) 4 的正数次幂上的整除关系。

(vii) 非负整数上的互质关系。

(viii) 在整数上“拥有相同的质数因子”的关系。

(b) 通过 $\leq$ 关系，一个函数集 $f, g: D \rightarrow \mathbb{R}$ 可以是偏序的，其中

$$[f \leq g] ::= \forall d \in D. f(d) \leq g(d)$$

令 $L$ 是函数集 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ， $f$ 的形式如下，

$$f(x) = ax + b$$

其中常数 $a, b \in \mathbb{R}$ 。

描述 $L$ 中一个无限的链和一个无限的反链。